

## Perturbations thermiques du système balancier - spiral

### Balancier différentiel coupé

➔ Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Masse\_vol - Coef\_th - Mod\_E.mcd(R)

### Calibre automatique 111/2''' - Balancier à vis, bras en acier - serge en anibal coupée

➔ Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Calibre ASCBV.mcd(R)

$$T_0 = 0.4 \text{ s} \quad f = 2.5 \text{ Hz} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \Theta := 30$$

### Coefficients de dilatation et constantes élastiques

Afin d'illustrer le cas d'un balancier différentiel coupé, nous admettons ici que la **serge du balancier est en ANIBAL, coupée à :**

$$\lambda_0 := 165 \cdot \text{deg}$$

$$E_1 := E_{anibal} \quad E_1 = 1.63 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\alpha_1 := \alpha_{anibal_0} \quad \alpha_R := \alpha_1 \quad \alpha_R = 8.51 \times 10^{-6}$$

### Coefficient de dilatation du bras en acier

$$\alpha' := \alpha_{acier} \quad \alpha' = 1.15 \times 10^{-5}$$

### Masse et moment d'inertie de la serge à la température ambiante

$$\Theta_{ambiante} := 20$$

$$D_{s\_ext} = 9.5 \text{ mm} \quad D_{s\_int} = 8.7 \text{ mm} \quad R_0 := \frac{1}{4} \cdot (D_{s\_ext} + D_{s\_int}) \quad R_0 = 4.55 \text{ mm} \quad h_s = 0.65 \text{ mm}$$

$$M_b = 109.6 \text{ mg} \quad M_{serge} = 73.334 \text{ mg} \quad M_{vis} = 1.125 \text{ mg} \quad nb_{vis} = 16$$

$$J_b = 20 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad J_{serge} = 15.211 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

### Variation thermique du moment d'inertie du balancier

#### Moment d'inertie de la serge déformée

#### Approximation du moment d'inertie de la serge

$$M_{bs} := M_{serge} \quad J_{bs} := M_{bs} \cdot R_0^2 \quad J_{bs} = 15.2 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

$$\Delta J_{bs}(\Theta) := J_{bs} \cdot \left[ 2 \cdot \alpha_R \cdot \Theta + 4 \cdot \Theta \cdot (\alpha' - \alpha_R) \cdot \frac{\sin(\lambda_0)}{\pi} \right] \quad \Delta J_{bs}(30) = 8.201 \times 10^{-3} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

### Variation du moment d'inertie des vis par déformation thermique de la serge

#### Masse et position de chaque vis :

$$nb_{vis} = 16 \quad j := 0 \dots \frac{nb_{vis}}{2} - 1 \quad m_{v_j} := M_{vis}$$

$$\lambda := (22 \ 37 \ 67 \ 82 \ 97 \ 127 \ 142 \ 157)^T \cdot \text{deg}$$

#### Approximation du moment d'inertie total des vis à température ambiante

$$J_{tot\_vis} := 2 \cdot \sum_j \left( m_{v_j} \cdot R_0^2 \right) \quad J_{tot\_vis} = 3.726 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

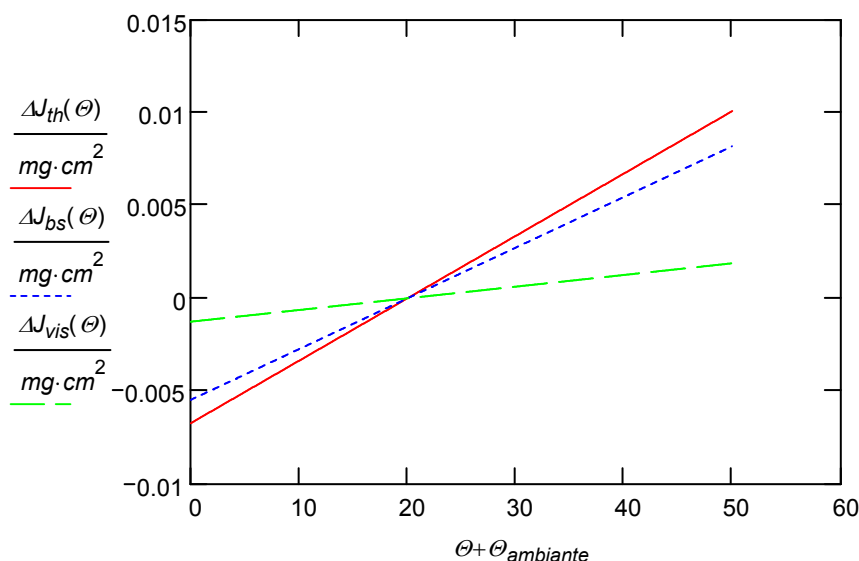
#### Variation du moment d'inertie des vis par déplacement thermique de celles-ci

$$\Delta J_{vis}(\Theta) := \sum_j \left[ 2 \cdot m_{v_j} \cdot R_0^2 \cdot [\alpha_R + (\alpha' - \alpha_R) \cdot \cos(\lambda_j)] \cdot 2 \cdot \Theta \right] \quad \Delta J_{vis}(30) = 1.888 \times 10^{-3} \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

## Variation thermique totale du moment d'inertie et graphes comparatifs

$$\Theta := -20, -20 + 0.1 \dots 30$$

$$\Delta J_{th}(\Theta) := \Delta J_{bs}(\Theta) + \Delta J_{vis}(\Theta)$$



$$\frac{\Delta J_{th}(30)}{J_{bs} + J_{tot\_vis}} = 0.053 \%$$

## Variation de marche totale due à la déformation thermique de la serge

Variation de marche due à la dilatation de la serge  $\delta_{bs}(\Theta) := \frac{\Delta J_{bs}(\Theta)}{2 \cdot (J_{bs} + J_{tot\_vis})}$   $\mu_{bs}(\Theta) := -86400 \cdot \delta_{bs}(\Theta)$

Variation de marche due au déplacement des vis  $\delta_{vis}(\Theta) := \frac{\Delta J_{vis}(\Theta)}{2 \cdot (J_{bs} + J_{tot\_vis})}$   $\mu_{vis}(\Theta) := -86400 \cdot \delta_{vis}(\Theta)$

Variation de marche totale (au second ordre près)

$$\delta_b(\Theta) := \frac{1}{2} \cdot \left[ \alpha_R + 2 \cdot (\alpha' - \alpha_R) \cdot \frac{M_{bs} \cdot \frac{\sin(\lambda_0)}{\pi} + \sum_j (m_{vj} \cdot \cos(\lambda_j))}{M_{bs} + 2 \cdot \sum_j m_{vj}} \right] \cdot 2 \cdot \Theta$$

$$\delta_b(30) = 2.668 \times 10^{-4}$$

$$\mu_b(\Theta) := -86400 \cdot \delta_b(\Theta)$$

Valeurs numériques  $\mu_{bs}(30) = -18.736$   $\mu_{vis}(30) = -4.313$   $\mu_b(30) = -23.05$

## Calculs plus précis

Moment d'inertie total des vis à température ambiante

$$J_{t\_vis} := 2 \cdot \sum_j \left[ \frac{m_{vj}}{12} \cdot \left( \frac{3}{4} \cdot d_{vis}^2 + h_{vis}^2 \right) + m_{vj} \cdot \left( \frac{D_{s\_ext}}{2} + \frac{h_{vis}}{2} \right)^2 \right]$$

$$J_{t\_vis} = 4.53 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Moment d'inertie de la serge (déjà calculé)

$$J_{serge} = 15.211 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

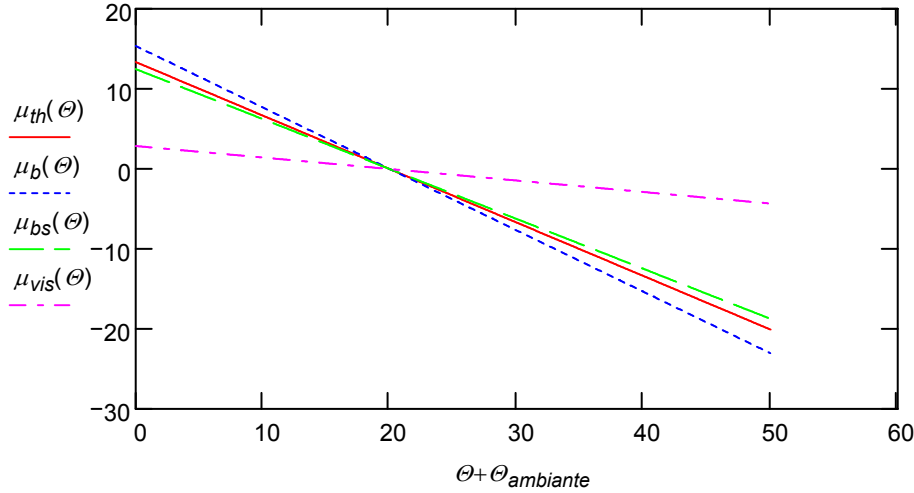
Moment d'inertie total du balancier  
(avec facteur correctif)

$$J_b := 1.1 \cdot (J_{serge} + J_{t\_vis})$$

$$J_b = 21.715 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Variation de marche totale  $\delta_{th}(\Theta) := \frac{\Delta J_{th}(\Theta)}{2 \cdot (J_b)}$   $\delta_{th}(30) = 2.323 \times 10^{-4}$   $\mu_{th}(\Theta) := -86400 \cdot \delta_{th}(\Theta)$

$$\mu_{th}(30) = -20.07$$



### Condition de compensation

Variation relative de période due à la déformation de la serge  $\Theta := 30$   $\delta_{th}(\Theta) = 2.323 \times 10^{-4}$

Coefficient thermo-élastique linéaire du **spiral en élinvar** ( $\gamma > 0$ ) compensé par le balancier

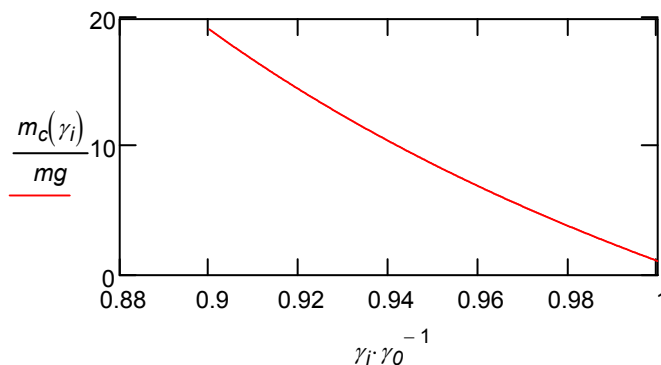
$$\gamma_0 := -2 \cdot \frac{\delta_b(\Theta)}{\Theta} \quad \gamma_0 := 2 \cdot \left[ \alpha_R + 2 \cdot (\alpha' - \alpha_R) \cdot \frac{M_{bs} \cdot \frac{\sin(\lambda_0)}{\pi} + \sum_j (m_{v_j} \cdot \cos(\lambda_j))}{M_{bs} + 2 \cdot \sum_j m_{v_j}} \right] \quad \gamma_0 = 1.779 \times 10^{-5}$$

Modification des masses des deux vis proches de la coupure, les plus éloignées du bras, pour une variation du coefficient thermo-élastique

Modification de la masse des deux vis n°  $j_{vis} := \frac{nb_{vis}}{2} - 1$   $j_{vis} = 7$   $\lambda_{j_{vis}} = 157 \text{ deg}$

$$X(m_x) := 2 \cdot \left[ \alpha_R + 2 \cdot (\alpha' - \alpha_R) \cdot \frac{M_{bs} \cdot \frac{\sin(\lambda_0)}{\pi} + \sum_{j=0}^{j_{vis}-1} (m_{v_j} \cdot \cos(\lambda_j)) + m_x \cdot \cos(\lambda_{j_{vis}})}{M_{bs} + 2 \cdot \sum_{j=0}^{j_{vis}-1} m_{v_j} + 2 \cdot m_x} \right]$$

$$m_x := m_{v_{j_{vis}}} \quad m_c(\gamma_0) := \text{racine}(X(m_x) \cdot 10^5 - \gamma_0 \cdot 10^5, m_x) \quad i := 0..200 \quad \gamma_i := \gamma_0 - \frac{\gamma_0}{2000} \cdot i$$



## Graphes des déformations

➡ Référence : D:\Résonateur (TE)\Data\Définition Atan.mcd(R)

### Forme initiale de la serge et du bras

$$n := 400 \quad i := 0..n \quad \Delta\psi := 178 \cdot \text{deg} \quad j := 2..n-2 \quad R_{b_j} := -R_0 + \frac{2 \cdot R_0}{n} \cdot j$$

$$\phi_i := \lambda_0 - \pi + \frac{\Delta\psi}{n} \cdot i \quad x_0(\phi) := R_0 \cdot \cos(\phi) \quad y_0(\phi) := R_0 \cdot \sin(\phi) \quad r_0(\phi) := \sqrt{x_0(\phi)^2 + y_0(\phi)^2}$$

### Déformations thermiques de la serge et du bras

$$\Theta := 50 \quad \text{Facteur d'agrandissement graphique des déformations} \quad Ag := 100 \quad \Theta := Ag \cdot \Theta$$

$$R(\Theta) := R_0 \cdot (1 + \alpha_R \cdot \Theta) \quad a(\Theta) := R_0 \cdot (\alpha' - \alpha_R) \cdot \Theta$$

$$x_{th}(\Theta, \phi) := a(\Theta) + R(\Theta) \cdot \cos(\phi) \quad y_{th}(\Theta, \phi) := R(\Theta) \cdot \sin(\phi) \quad r_{th}(\Theta, \phi) := \sqrt{x_{th}(\Theta, \phi)^2 + y_{th}(\Theta, \phi)^2}$$

$$\beta_i := \text{Atan}(x_{th}(\Theta, \phi_i), y_{th}(\Theta, \phi_i))$$

